**Dzielenie**

[Arytmetyka – szkoła podstawowa – średnio-łatwe – bardzo przydatne]

Dzielenie – odwrotność mnożenia

Do łatwego zrozumienia tematu najlepiej wyobrazić sobie stertę kamieni, które rozdzielamy na mniejsze zbiory. Załóżmy, że mamy 60 kamieni.

Aby otrzymać z nich dwie sterty o równej liczbie kamieni, na każdą z nich musimy zebrać po 30 kamieni (230=60).

Aby otrzymać z nich trzy równe sterty w każdej z nich powinno znaleźć się 20 kamieni (320=60).

Chcąc otrzymać cztery sterty na każdą z nich zbieramy 15 kamieni (154=60)

Rozdzielając kamienie na pięć stert, otrzymujemy 12 kamieni (125=60)

Chcąc dowiedzieć się, ile kamieni znajdzie się na jednej stercie, musimy wykonać dzielenie. Operacje wykonane powyżej można zapisać następująco:

60:2=30

60:3=20

60:4=15

60:5=12

Chcąc otrzymać wynik dzielenia, np. 60:12 należy zadać sobie pytanie: „Przez co należy pomnożyć 12, aby otrzymać 60?”. Dzielenie jest więc działaniem odwrotnym do mnożenia. Znak „:” (czyt. „podzielić na” lub „dzielone przez”), występujący także często pod postacią „/”, oznacza, że liczbę występującą po lewej stronie znaku dzielimy przez liczbę po prawej stronie znaku.

Całe działanie (dzielenie), jak i jego wynik, nazywamy **ilorazem**. Liczbę, którą dzielimy, nazywamy **dzielną**, a liczbę, przez którą dzielimy, **dzielnikiem**. Wyrażenie: 18:9=2 przeczytamy: iloraz liczb osiemnaście przez dwa wynosi dziewięć, lub prościej: osiemnaście podzielić na dwa równa się dziewięć.

Przykłady dzielenia:

30:6=5 bo 56=30

134:2=67 bo 672=134

123:3=41 bo 413=123

70:35=2 bo 235=70

W wyrażeniu:

90:30=3

Dzielną jest 90, dzielnikiem 30, a ilorazem 3

W wyrażeniu:

1024:2:4=126

Dzielną jest 1024, dzielnikami 2 i 4, a ilorazem 126

Ogólny schemat dzielenia wygląda następująco:

Dzielna : Dzielnik = Iloraz

Dzielenie nie jest działaniem przemiennym (24:8 to nie to samo, co 8:24), dlatego należy uważać, w jakiej kolejności zapisujemy liczby występujące w działaniu (z tego powodu wyróżniono dzielną i dzielnik).

Elementem neutralnym dzielenia jest, jak w mnożeniu, liczba 1 (mając 8 kamieni, rozdzielając je na jedną stertę, otrzymamy 8 kamieni). Tak więc dzieląc dowolną liczbę przez 1 otrzymamy tę liczbę w niezmienionej postaci. W dzieleniu ważne jest twierdzenie:

Niemożliwe jest dzielenie żadnej liczby przez zero

Chcąc to zrobić otrzymalibyśmy różne sprzeczności. Przykładowo mając stertę kamieni nie możemy rozdzielić jej na zero zbiorów (już sama dana sterta kamieni stanowi jeden zbiór).

Definicja

Dzielenie jest to rozdzielanie jednej liczby (dzielnej) na kilka równych liczb, których ilość określa dzielnik, czego wynikiem jest iloraz.

Dla ułatwienia mnożenia przez 9 można zastosować następującą metodę: do liczby, którą mnożymy przez dziewięć, dopisujemy zero (czyli mnożymy ją przez 10), a następnie od tak powiększonej liczby odejmujemy tę początkową. Przykładowo wykonując działanie 79 w pamięci możemy zamienić 7 na 70, po czym odjąć od 70 siedem:70-7=63. Tak samo z większymi liczbami: 1249=1240-124=1116. W podobny sposób można mnożyć przez 99, 999 itd. Wtedy do mnożonej liczby dopisujemy tylko odpowiednią ilość zer: 7899=7800-78=7722.

Także mnożenie przez 5 może być łatwiejsze: daną liczbę mnożymy przez 10, a następnie dzielimy przez 2. Np. 785=780:2=390.

Dzielenie w słupkach

Dzielenie w słupkach to najbardziej skomplikowane działanie w słupkach. Jego ogólny schemat jest dosyć podobny do mnożenia. W tym przypadku wyjątkowo liczb nie zapisujemy jedna pod drugą – piszemy je obok siebie, tak samo, jak zapisujemy zwykłe dzielenie. Po zapisaniu dzielnej i dzielnika rysujemy kreskę nad wyrażeniem. Ponad kreską będziemy zapisywać wynik. Teraz, zaczynając od lewej strony dzielnej, poszukujemy najmniejszej liczby, którą możemy podzielić przez dzielnik. Inaczej mówiąc, z pierwszych cyfr liczby, którą dzielimy, tworzymy liczbę, którą można podzielić przez dzielnik. Posłużmy się przykładem.

Podzielmy 348 przez 29:

Liczby te po prostu zapisujemy stawiając pomiędzy nimi znak dzielenia, po czym rysujemy nad nimi kreskę.

Teraz patrzymy, co możemy podzielić przez 29, poszukując oczywiście na liczbie 348. Chcąc podzielić 3 przez 29 napotkaliśmy problemy. Jednak w trzydziestce czwórce 29 już się mieści, dokładnie raz (już 229 to 58 – więcej niż 34). Tak więc 1 zapisujemy nad 4 (ostatnią cyfrą 34)

Teraz mnożymy 129. Otrzymujemy 29. Zapisujemy to pod 34.

Teraz odejmujemy 29 od 34.

Do piątki dopisujemy kolejną cyfrę dzielnej – 8. Powstałą liczbę 58 znów dzielimy przez 29. Otrzymujemy akurat 2. Liczbę tę zapisujemy obok 1 nad górną kreską.

Teraz mnożymy 2 29. Otrzymujemy 58. Zapisujemy to pod 58, po czym, jak poprzednio, odejmujemy. Ponieważ otrzymujemy zero, 12 to ostateczny wynik dzielenia.

348 dzieli się przez 29 bez problemu. Rozpatrzmy teraz przykład 56072 : 28

W liczbie 56072, pięć nie dzieli się przez 28, lecz w pięćdziesięciu sześciu 28 się mieści, dokładnie dwa razy (282=56). Dwójkę zapisujemy nad 56, a otrzymane z mnożenia 56 zapisujemy pod 56.

Z odejmowania trzymujemy 0, co nie oznacza, że ostateczny wynik to 2. Do 0 dopisujemy kolejną cyfrę z 56072, czyli 0. W zerze 28 mieści się zero razy (nie mieści się), więc 0 dopisujemy obok 2 nad górną kreską.

Ponieważ w 7 liczba 28 się nie mieści, do wyniku dopisujemy jeszcze jedno zero. W 72 liczba 28 mieści się 2 razy, więc do wyniku dopisujemy 2

Mnożymy 2 razy 28. Otrzymujemy 56. Od 72 odejmujemy 56, czego wynikiem jest 16. Ponieważ w szesnastu 28 się nie mieści, a w dzielnej nie pozostało już żadnych cyfr do dopisania, liczba 16 to tak zwana **reszta dzielenia**. W wyniku dopisujemy wtedy r. (skrót od reszta) i 16.

Ostateczny wynik to 2002 reszta 16.

Zadania

1.Oblicz:

1. 28:7
2. 156:4
3. 7:3
4. 144:12:3:4
5. 111:11

2.Uzupełnij:

1. 66: …=3
2. 8: …=8
3. 768: …=2 r.127

3.Uzupełnj, aby równość była prawdziwa:

12+…-…=24000: …=8…=45…-…=14+26

4.Jacek podzielił jabłka pomiędzy czterech kolegów, tak, że każdy dostał 4 jabłka. Ile jabłek dostałby każdy z nich, gdyby Jacek miał ośmiu kolegów?

5.Uzupełnij:

Rozwiązania:

**1.**a) 28:7=4 b)156:4=39 c)7:3=2 r.1 d)144:12:3:4=1 e)111:11=10 r.1

**2.**a)66:22=3 b)8:1=8 c)768:321=2 r.127

**3.**Przykład rozwiązania: 12+30-2=24000:600=85=452-50=14+26

**4.**Najpierw obliczmy, ile jabłek miał Jacek. Skoro 4 kolegów dostało 4 jabłka, to musiało ich być 44=16. Teraz rozdzielmy 16 jabłek pomiędzy ośmiu kolegów: 16:8=2

Odp.: Każdy z kolegów dostałby 2 jabłka.

**5.**Najpierw można zacząć od rzeczy najmniej ważnej – skoro ostatnią liczbą zapisaną w słupku jest 8, musi być ona resztą dzielenia:

Ostatnim działaniem w słupku jest odejmowanie, które można potraktować jako osobne, niezależne działanie. Rozpatrujemy równość -4=8, którą spełnia 12. Jest to liczba dwucyfrowa, więc musiała zostać zapożyczona „dziesiątka” z poprzedniej liczby, którą należy więc zmniejszyć o jeden.

Kontynuując rozwiązywanie odejmowania, zauważamy, że wynikiem jest liczba jednocyfrowa. Różnica odejmowanych cyfr dziesiątek jest więc równa zero: 5-=0, więc 5-5=0.

Cyfra 2 liczby 62 jest przepisana z dzielnej jako kolejna cyfra, więc:

Jednocześnie wiedząc, że dzielnik działania posiada cyfrę jedności równą 8, możemy zauważyć, że w ostatnim działaniu odejmowana liczba (54) ma końcówkę 4. Więc mnożąc liczbę 8 przez otrzymujemy 54. Skoro jeden z czynników mnożenia jest jednocyfrowy, to znając tabliczkę mnożenia wiemy, że działanie to spełnia tylko 183=54.

Teraz ponownie można zająć się odejmowaniem: 8-=6, a konkretnie 8-=6, co spełnia dwa – 8-2=6

Teraz ponownie możemy rozpatrzeć mnożenie – 18=2. Tu znów znając tabliczkę mnożenia wiemy, że wynik mnożenia przez 8 przyjmuje końcówkę 2 przy mnożeniu przez 4, więc 418=72

Ostatnią liczbę możemy znaleźć z odejmowania – jego wynikiem jest liczba jednocyfrowa, więc rozumując tak, jak poprzednio:

Tak wygląda to działanie w ostatecznej postaci.